

## PROFILS NACA : Tracé des profils à 5 digits

**1 ) Introduction** : Il est parfois nécessaire, en construction amateur, de réaliser le tracé à l'échelle du profil de l'aile ou de l'empennage de l'avion que l'on construit (tracé des nervures ).

La série des profils NACA (National Advisory Committee for Aeronautics ) est souvent utilisée, en 3, 4 , 5 ou 6 chiffres (digits).

Dans la description qui suit, nous nous sommes limités à la série à 5 chiffres, mais les autres séries sont définies de façon similaire.

Il existe dans la série à 5 chiffres plusieurs familles du type NACA 23XXX, NACA 43XXX et NACA 64,65 et 66XXX.

Seule la famille 43 est considérée, car la littérature américaine est assez pauvre pour cette série.

En particulier, nous n'avons pas pu trouver les coordonnées du profil NACA 43013, objet de cette étude.

Nous n'envisagerons que les profils dissymétriques de la série 43; les profils symétriques étant principalement utilisés pour les empennages.

**2 ) Etude géométrique d'un profil** : Si nous considérons la figure n°1 montrant un profil biconvexe dissymétrique, nous y voyons successivement :

- La courbure supérieure ( extrados )
- La courbure inférieure ( intrados )
- La corde moyenne ( mean line) ou squelette, qui joue un rôle fondamental, avec la cambrure  $h$ , le recul de la cambrure max ( $p$ )

Pour une abscisse fixée, les ordonnées correspondantes de l'extrados et de l'intrados sont à égale distance du squelette.

- La corde de profil ( ou de référence ) (droite OA )
- Le cercle générateur de bord d'attaque.
- L'épaisseur relative maximale et son abscisse "d".

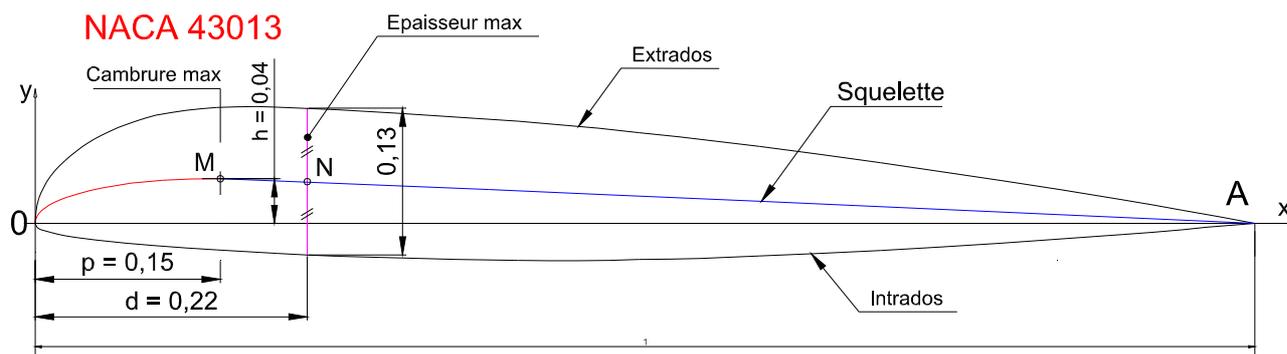


Figure n° 1

**m = 4**

Cambrure max  
( en % de la corde )

**2p = 30**

2 fois la Position de la  
Cambrure max ( en %  
corde )

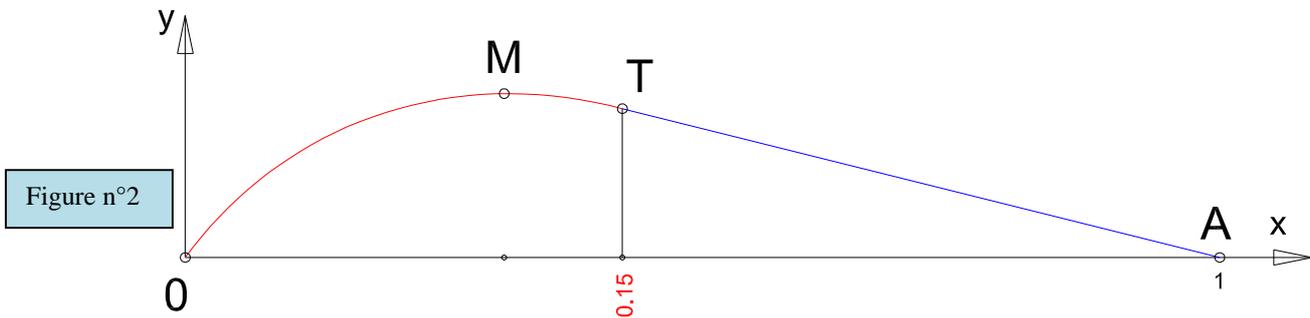
**13**

Epaisseur max  
( en% de la corde )

Nous voyons sur la figure n°1, la correspondance entre le n° du profil NACA et les principales caractéristiques.

Pour tracer le profil, nous allons d'abord tracer le **squelette** .

3 ) **Tracé du squelette** : Celui-ci, tel que représenté sur la figure n° 2 se compose dans le cas d'un profil à 5 chiffres, à simple courbure:



- D'une courbe de type cubique ( 3<sup>ième</sup> degré en x ) comprise entre le bord d'attaque en O, et la position T, située un peu après la cambrure maxi en M.  
L'équation de cette courbe (en rouge sur la figure n°2 ) est de la forme :

$$y = 1/6.k_1 [ x^3 - 3mx^2 + m^2x (3-m) ] \quad \text{pour } 0 < x < p$$

dans laquelle : -  $k_1$  est un facteur lié à la cambrure , et que nous allons calculer.

- $h$  est la cambrure maximale de la cubique, nous avons vu que dans le cas du profil NACA 43012, sa valeur était de 4 ( en % de la corde c'est-à-dire que si la corde vaut 100 sa valeur est 4, et si la corde vaut 1 sa valeur est 0,04)

- D'une droite comprise entre T et A ( en bleu sur la figure n°1), dont l'équation est de la forme :

$$y = 1/6.k_1.m^3 ( 1-x ) \quad \text{pour } p < x < 1$$

Remarques : 1) Les squelettes sont désignés par la NACA par les 3 premier chiffres du numéro de profil. Dans notre cas la référence du squelette est **430**.

Le NACA a donné pour les séries 210 à 250 la valeur des coefficients  $k_1$  et  $m$ , mais, comme indiqué, plus haut, nous n'avons trouvé aucun tableau donnant les coefficients pour la série des "400". Nous allons donc devoir calculer ces coefficients.

2) En réalité, le point de jonction de la cubique et de la droite ( point H), ne se trouve pas à  $x=p$  ( cambrure maximale ), mais légèrement après. Nous verrons ce point plus loin.

**3-1 ) Calcul des coefficients  $k_1$  et  $m$**  : Nous calculons d'abord la valeur de  $m$ , et pour cela, nous utiliserons le tableur Excel.

Nous allons calculer l'ordonnée au point T. Dans un premier temps, nous supposons que la cambrure maxi est au point T.

Au point T, nous avons :  $x = 0,15$  et  $y = 0,04$ . Nous remplaçons  $x$  par sa valeur dans l'équation de la cubique, et nous obtenons une équation en  $m^3$ , avec  $k_1$ , ( en mettant  $x$  en facteur ):

$$y = 0,15.k_1/6 ( 0,0225 - 0,45 m + 3m^2 - m^3 ) = 0,04 \quad \text{et en effectuant :}$$

$$m^3 - 3 m^2 + 0,45m - 0,0225 = -1,6 / k_1 \quad \textcircled{1}$$

Pour éliminer le terme  $k_1$ , nous l'extrayons de l'équation de la droite au point T:

$$y = k_1/6. m^3 ( 1-x ) \quad \text{pour } x=0,15 \text{ et } y=0,04$$

$$0,04.6/k_1 = m^3 ( 1-0,15 ) \text{ et } k_1 = 0,24/ 0,85 m^3 \text{ en remplaçant dans l'équation } \textcircled{1}$$

$$m^3 - 3 m^2 + 0,45 m - 0,0225 = - 5,6667 m^3$$

$$6,6667 \text{ m}^3 - 3 \text{ m}^2 + 0,45 \text{ m} - 0,0225 = 0 \quad (2)$$

Le tableau Excel en figure n° 3 nous donne la valeur de **m** qui annule l'équation (2)

Nous avons trouvé : **m = 0,14882** ( Voir Figure n°3)

Calcul de k<sub>1</sub>: En reprenant l'équation de la droite, il vient :

$$k_1 = 6 y / \text{m}^3 (1-x) \quad \text{Si } x = 0,15 \text{ nous avons } y = 0,04 \text{ et } \text{m}^3 = 0,003296$$

$$k_1 = 6 * 0,04 / 0,003296 * 0,85 \text{ d'où :}$$

$$k_1 = 85,6653 \text{ et } K_1/6 = 14,2776$$

Figure n°3

<b>Calcul de <math>6,6667 \text{ m}^3 - 3\text{m}^2 + 0,45 \text{ m} - 0,0225 = 0</math></b>				
<b>m</b>	<b>6,6667 m3</b>	<b>3 m<sup>2</sup></b>	<b>0,45 m</b>	<b>Equation</b>
0,20000000	0,053333	0,12000000	0,09000000	0,00083336000
0,18000000	0,038880	0,09720000	0,08100000	0,00018001944
0,14881000	0,021969	0,06643325	0,06696450	-0,00000000025
0,14881700	0,021972	0,06643950	0,06696765	-0,00000000005
<b>0,14881900</b>	0,021973	0,06644128	0,06696855	0,00000000000
0,14881800	0,021972	0,06644039	0,06696810	-0,00000000002

**3-2 ) Equation définitive du squelette** : Connaissant les valeurs de m et de k<sub>1</sub>, nous pouvons écrire l'équation du squelette :

- Du point O au point T :

$$y_1 = 14,2776 ( x^3 - 0,44646 x^2 + 0,06314 x ) \text{ pour la cubique}$$

- Du point T au point A :

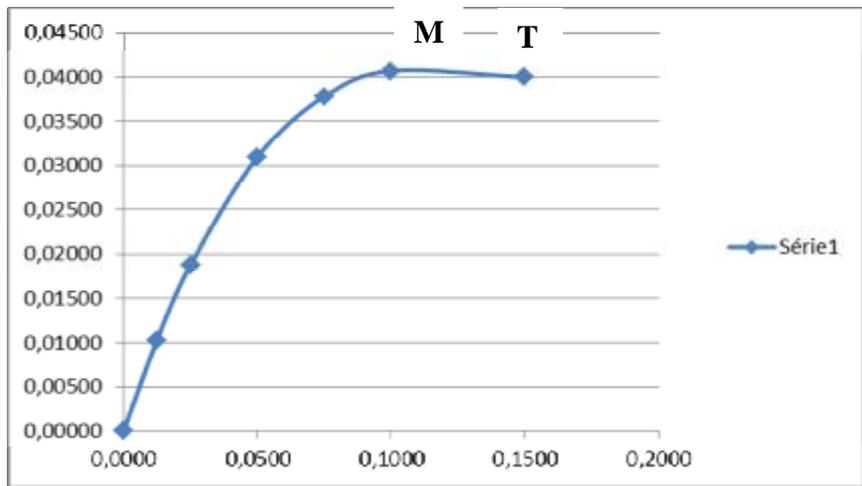
$$y = 0,04706 ( 1 - x ) \text{ pour la droite}$$

Figure n° 4

Le tableau suivant figure n° 4 va nous permettre de tracer le squelette

<b>Calcul de <math>y_1 = 14,2774 [ x^3 - 0,44646 x^2 + 0,063145 x ]</math></b>				
<b>x</b>	<b>x<sup>3</sup></b>	<b>0,44646 x<sup>2</sup></b>	<b>0,063145 x</b>	<b>Y1</b>
0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,00000
0,0125	0,0000	0,0001	0,0008	0,01030
0,0250	0,0000	0,0003	0,0016	0,01878
0,0500	0,0001	0,0011	0,0032	0,03093
0,0750	0,0004	0,0025	0,0047	0,03778
0,1000	0,0010	0,0045	0,0063	0,04069
0,1500	0,0034	0,0100	0,0095	0,04000

Figure n°5



Le tracé de la courbe par Excel (figure n°5), montre que la cambrure maxi en M dépasse l'ordonnée théorique  $y = 0,04$ . Dans le tableau figure n°4, pour l'abscisse  $x = 0,1$ , nous lisons :  $y = 0,04069$ . Nous devons diminuer cette ordonnée (réduisant le facteur K1, pour la ramener à 0,04) dans le rapport  $0,04/0,04069 = 0,9830$ .

Le coefficient K1/6 devient alors :  $14,2774 \times 0,9830 = 14,0347$ .

Les équations définitives de la cubique et de la droite définitive deviennent:

$$y_2 = 14,0347 ( x^3 - 0,44646 x^2 + 0,06314 x )$$

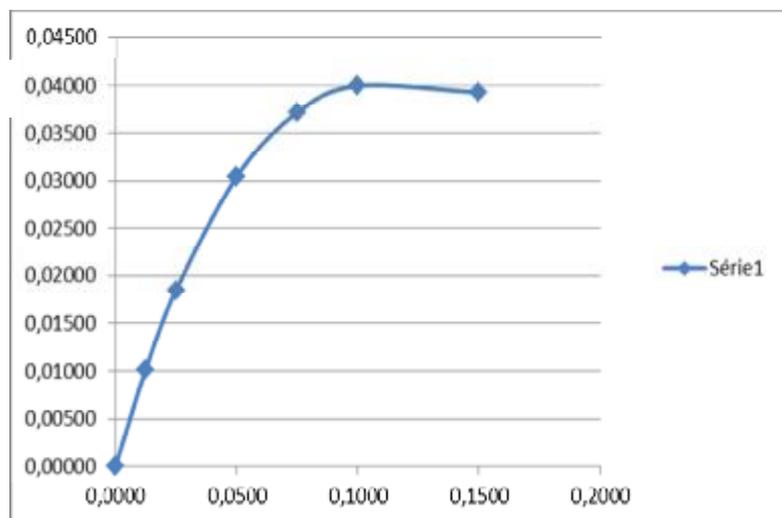
$$y_3 = 0,04626 ( 1 - x )$$

Et le nouveau tableau Excel ( Figure n°6 ) :

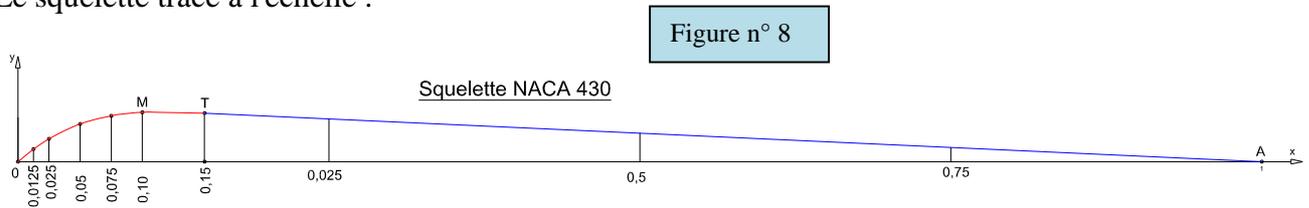
Calcul de $y_2 = 14,0347 [ x^3 - 0,44646 x^2 + 0,063145 x ]$				
x	x <sup>3</sup>	0,44646 x <sup>2</sup>	0,063145 x	y
0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,00000
0,0125	0,0000	0,0001	0,0008	0,01013
0,0250	0,0000	0,0003	0,0016	0,01846
0,0500	0,0001	0,0011	0,0032	0,03040
0,0750	0,0004	0,0025	0,0047	0,03714
0,1000	0,0010	0,0045	0,0063	0,04000
0,1500	0,0034	0,0100	0,0095	0,03932

Et la nouvelle courbe

Figure n° 7



Le squelette tracé à l'échelle :



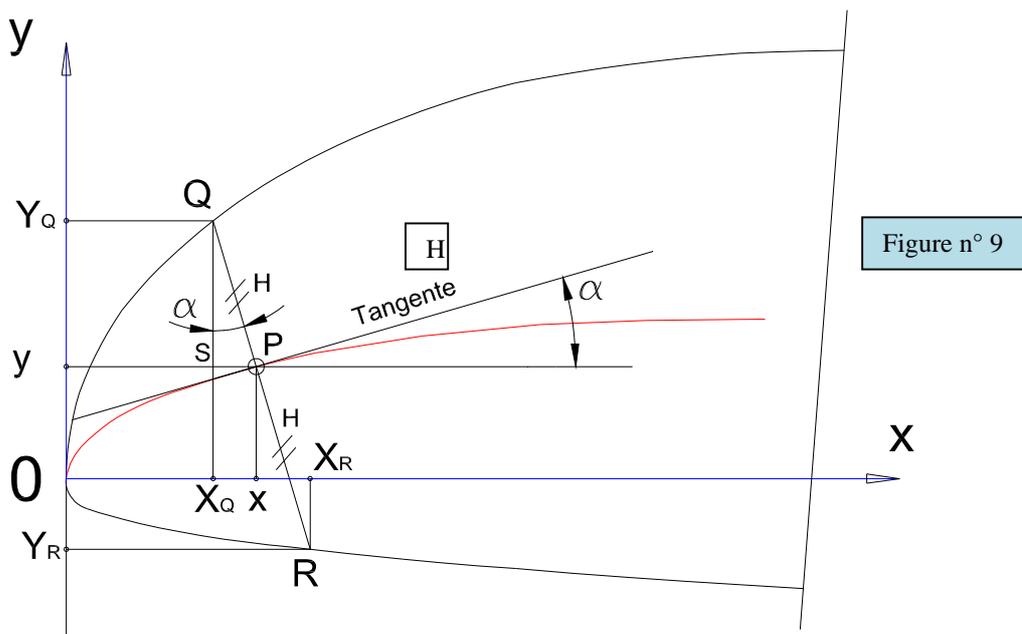
**4 ) Tracé des courbes extrados et Intrados :** En réalité, le report des segments de chaque côté du squelette, ne se fait pas perpendiculairement à la corde de référence ( ou de l'axe des x ), mais perpendiculairement au squelette , ce qui complique singulièrement les choses dans le cas d'un profil dissymétrique.

Nous sommes donc obligés de considérer les tangentes au squelette, en chaque point ( voir figure n° 9 )

A chaque point P du squelette de coordonnées x et y, correspondront 2 points Q ( extrados ) et R ( intrados ) menés perpendiculairement à la tangente en P.

Nous appellerons respectivement  $X_Q$  et  $Y_Q$ , ainsi que  $X_R$  et  $Y_R$  les coordonnées des points Q et R. L'angle avec la tangente et l'axe Ox s'appellera  $\alpha$  . La distance  $PQ = PR$  s'appellera H.

Pour tracer le profil, nous aurons besoin de calculer les valeurs de :  $X_Q$ ,  $Y_Q$ ,  $X_R$ ,  $Y_R$ , H,  $\sin\alpha$ ,  $\cos\alpha$



En partant des coordonnées du squelette x et y, et en considérant le triangle QSP, nous aurons:

$$- X_Q = x - H \sin\alpha \quad \text{et} \quad Y_Q = y + H \cos\alpha$$

De même :

$$- X_R = x + H \sin\alpha \quad \text{et} \quad Y_R = H \cos\alpha - y$$

Pour calculer  $\sin\alpha$  et  $\cos\alpha$ , on utilisera l'équation dérivée de l'équation de la cubique, ce qui nous donnera la valeur de tangente  $\alpha$  au point x choisi donc le sinus et le cosinus, avec les formules classiques les liant à  $\text{tg}^2\alpha$

Pour tout cela, on utilisera encore un tableau Excel pour simplifier les calculs. ( voir figure n° 11 )

L'équation dérivée de la cubique sera :

$$y'_2 = 42,104 x^2 - 12,532 x + 0,886$$

**4-1 ) Construction du tableau :** Le tableau de calcul comporte 12 colonnes définies comme suit :

- Colonne n° 1: Nous portons la valeur des abscisses en % de corde de 0 à 1 ( 100% de corde)
- Colonne n° 2: Dans cette colonne nous mettons  $\text{tg}a$  en intégrant en tête (cellule B4 ) la formule de calcul de la pente ( équation  $y'_2$  ) jusqu'à l'abscisse  $x = 0,15$ .
- Colonne n° 3: Nous entrons la valeur de l'ordonnée du squelette, et donc l'équation  $y_2$  jusqu'à l'abscisse  $x = 0,15$ , puis à partir de l'abscisse 0,20 l'équation de la droite  $y_3$ .
- Colonne n° 4: Nous entrons la valeur de H qui est donnée par la formule suivante:

$$H = t / 0,2 ( 0,29690 \overline{Ox} - 0,126 x - 0,3516 x^2 + 0,2843 x^3 - 0,1015 x^4 ) \text{ (Rapport NACA n°460 p. 300)}$$

Le paramètre  $t$ , dans la formule, correspond à l'épaisseur maxi du profil, en % de la corde soit 13% dans notre exemple.

- Colonnes n° 5 et n° 6 : Nous calculons  $\sin a$  et  $\cos a$  par les formules :

$$\sin a = \text{tg}a / (\overline{O1} + \text{tg}^2 a) \text{ et } \cos a = 1 / \overline{O(1 + \text{tg}^2 a)}$$

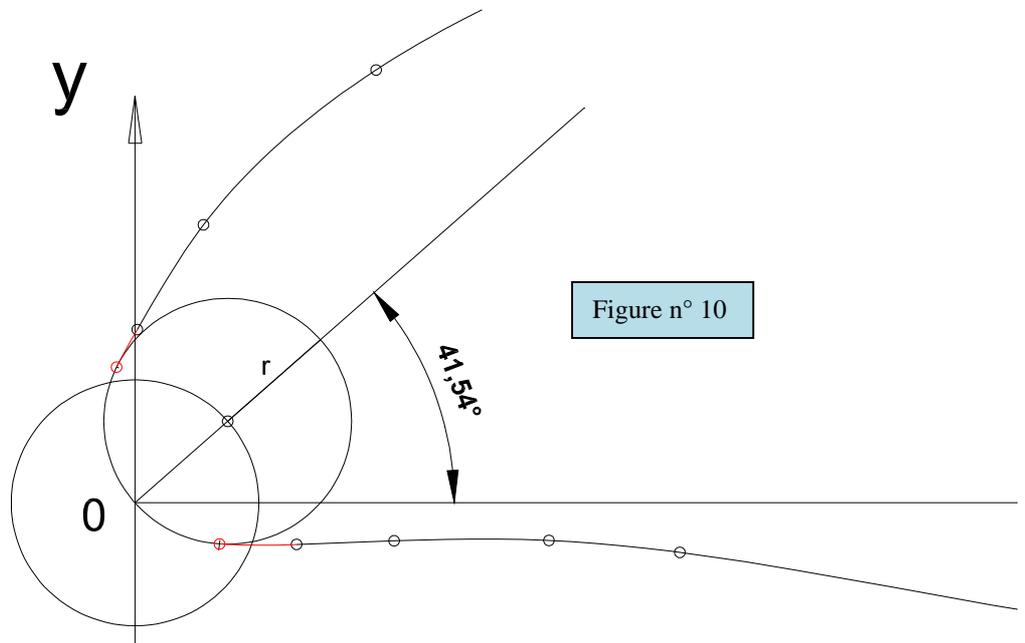
- Colonnes n° 7 et n° 8 : nous effectuons les produit  $H \cdot \sin a$  et  $H \cdot \cos a$
- Colonnes n° 9,10,11 et 12 : Nous donnent le résultat des calculs et donc les coordonnées de la courbe d'extrados (en Q ) et d'intrados ( en R ). Ne pas oublier de porter les ordonnées  $Y_R$  en valeurs négatives.

**4-2 ) Construction du cercle générateur de bord d'attaque :** Pour finir le tracé, il faut implanter le cercle générateur de bord d'attaque.

Celui-ci à son centre sur la tangente au squelette au point  $x=0$  ( $\text{tg}a = 0,886$  et  $a = 41^\circ 54'$ ), et son rayon est donné par la formule :

$$r = 1,1019 \cdot t^2$$

pour  $t = 0,13$  on a  $r = 0,0186$



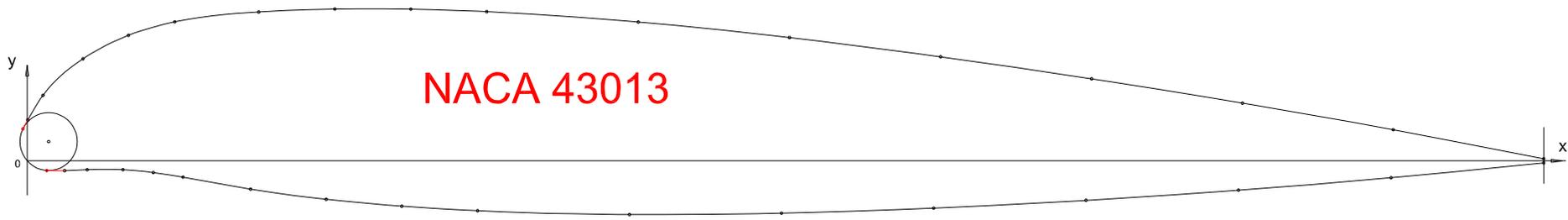
Les courbes raccord, en rouge, tangentes au cercle, ont été tracées à la main.

**5 ) Tracé :** Le tracé du profil (Figure n°12) a été réalisé avec le logiciel Autocad, mais n'importe quel logiciel de dessin pourra faire l'affaire. Le tracé sur un gabarit de nervure pourra se faire par tracé à l'échelle 1 avec une table traçante, puis collage du tracé papier sur le gabarit. ( attention aux déformations du support ) .

Figure n°11

TABLEAU CALCULPROFIL NACA 43013

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
x	tana	y	H	sina	cosa	H.sina	H.cosa	X <sub>Q</sub>	Y <sub>Q</sub>	X <sub>R</sub>	Y <sub>R</sub>
0,0000	0,886000	0,000000	0,000000	0,663155	0,748482	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
0,0125	0,735929	0,010125	0,020517	0,592722	0,805407	0,012161	0,016525	0,000339	0,026650	0,024661	0,006400
0,0250	0,599015	0,018457	0,028326	0,513874	0,857865	0,014556	0,024300	0,010444	0,042757	0,039556	0,005843
0,0500	0,364660	0,030397	0,038509	0,342592	0,939484	0,013193	0,036179	0,036807	0,066576	0,063193	0,005782
0,0750	0,182935	0,037136	0,045499	0,179949	0,983676	0,008187	0,044756	0,066813	0,081893	0,083187	0,007620
0,1000	0,053840	0,039990	0,050730	0,053762	0,998554	0,002727	0,050657	0,097273	0,090647	0,102727	0,010666
0,1500	-0,046460	0,039306	0,057906	-0,046410	0,998922	-0,002687	0,057844	0,152687	0,097150	0,147313	0,018537
0,2000	-0,046260	0,037008	0,062157	-0,046211	0,998932	-0,002872	0,062090	0,202872	0,099098	0,197128	0,025082
0,2500	-0,046260	0,034695	0,064363	-0,046211	0,998932	-0,002974	0,064295	0,252974	0,098990	0,247026	0,029600
0,3000	-0,046260	0,032382	0,065019	-0,046211	0,998932	-0,003005	0,064949	0,303005	0,097331	0,296995	0,032567
0,4000	-0,046260	0,027756	0,062866	-0,046211	0,998932	-0,002905	0,062799	0,402905	0,090555	0,397095	0,035043
0,5000	-0,046260	0,023130	0,057352	-0,046211	0,998932	-0,002650	0,057291	0,502650	0,080421	0,497350	0,034161
0,6000	-0,046260	0,018504	0,049436	-0,046211	0,998932	-0,002284	0,049384	0,602284	0,067888	0,597716	0,030880
0,7000	-0,046260	0,013878	0,039692	-0,046211	0,998932	-0,001834	0,039650	0,701834	0,053528	0,698166	0,025772
0,8000	-0,046260	0,009252	0,028417	-0,046211	0,998932	-0,001313	0,028387	0,801313	0,037639	0,798687	0,019135
0,9000	-0,046260	0,004626	0,015684	-0,046211	0,998932	-0,000725	0,015667	0,900725	0,020293	0,899275	0,011041
1,0000	-0,046260	0,000000	0,001365	-0,046211	0,998932	-0,000063	0,001364	1,000063	0,001364	0,999937	0,001364



- Bibliographie** : Citons l'excellent ouvrage de Philippe LABBE : "Introduction à la géométrie des profils NACA , Manuel Pratique", qui nous a bien inspiré.
- Le rapport NACA TR 537.
  - Le rapport NACA TR 460.
  - On trouvera les coordonnées des profils suivants dans la série des 400 : 42012, 43009, 43012, 43012A, 43015, 43018, 43021, 44012. dans : " Comprehensive reference guide to airfoil sections for light aircraft" d'Aviation Publications ISBN-0-87994-038-7

Bon courage

[michel.suire2@wanadoo.fr](mailto:michel.suire2@wanadoo.fr)

